

УДК 539.3

## ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ R-ФУНКЦІЙ ДО ЗАДАЧ СТІЙКОСТІ ТА КОЛИВАНЬ ОРТОТРОПНИХ ПЛАСТИН

Курпа Л.В., д.т.н., проф, Лінник А.Б., асп.

*Харківський Державний Політехнічний університет*

У роботах [1-2] було запропоновано підхід для розв'язку задач стійкості пластин при неоднорідному докритичному стані, в основу якого було покладено використання теорії R-функцій і статичного методу. У цій роботі запропоновано алгоритм для дослідження стійкості і власних коливань попередньо навантажених ортотропних пластин, в основу якого покладено також метод R-функцій і динамічний підхід.

### ПОСТАНОВКА І МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ СТІЙКОСТІ ТА КОЛИВАНЬ ОРТОТРОПНИХ ПЛАСТИН

Задача розглядається в класичних допущеннях [3], а також передбачається, що всі зовнішні навантаження змінюються пропорційно параметру  $\lambda$ . У цьому випадку диференціальні рівняння рівноваги ортотропної пластини при відсутності масових сил мають вигляд [3]:

$$\begin{aligned} \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} \cdot \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \left( \frac{E_1\nu_2}{1-\nu_1\nu_2} + G \right) \cdot \frac{\partial^2 u_2}{\partial x\partial y} + G \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} &= 0 \\ G \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \left( \frac{E_2\nu_1}{1-\nu_1\nu_2} + G \right) \cdot \frac{\partial^2 u_1}{\partial x\partial y} + \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} \cdot \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \lambda \left( N_1^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2S^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_2^0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (2)$$

де  $w$  - поперечні переміщення точок серединної площини пластини  $u_1, u_2$  - переміщення по напрямках осей  $X, Y$  відповідно. Зусилля  $N_1^0 = N_1^0(x, y)$ ,  $S^0 = S^0(x, y)$ ,  $N_2^0 = N_2^0(x, y)$  - відповідають розподілу внутрішніх початкових зусиль при  $\lambda=1$ .

На частині контура, де діють зовнішні навантаження, маємо такі граничні умови

$$N_n = P_1^0, \quad S_n = P_2^0, \quad (3)$$

де  $P_1^0, P_2^0$  - зовнішні нормальні і дотичні до краю пластини зусилля. Крайові умови для функції прогину залежать від типу закріплення країв пластини [2].

У більшості випадків напружений докритичний стан є неоднорідним і тоді потрібен розв'язок задачі пружності, після чого переходимо до розв'язку задачі коливання пластин.

Для розв'язку плоскої задачі теорії пружності скористаємося варіаційним методом Рітца, згідно з яким вирішення цієї проблеми зводиться до знаходження мінімуму функціонала

$$\begin{aligned} I(u) = & \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[ \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} u_{1,x}^2 + \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} u_{2,y}^2 + \frac{E_1\nu_2 + E_2\nu_1}{1-\nu_1\nu_2} u_{2,y} u_{1,x} + G(u_{1,y} + u_{2,x})^2 \right] d\Omega - \\ & - \int_S \left[ P_1^0(u_1 \cos \alpha + u_2 \sin \alpha) + P_2^0(u_2 \cos \alpha - u_1 \sin \alpha) \right] dS, \end{aligned}$$

на множині функцій, що задовольняють, принаймні, кінематичним крайовим умовам. Розв'язок представимо у вигляді рядів [1]:

$$u_1 = \sum_{i=1}^{n_1} C_i u_i, \quad u_2 = \sum_{i=n_1+1}^n C_i v_i. \quad (4)$$

Тоді на підставі умови стаціонарності, враховуючи (4), одержуємо алгебраїчну систему  $n$  однорідних лінійних рівнянь із  $n$  невідомими  $C_i: \frac{\partial(I)}{\partial C_i} = 0, \quad i=1,2,\dots,n$ . Або в матричному вигляді

$$Au = B,$$

де  $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^n$  - симетрична матриця,  $B = \{b_i\}_{i=1}^n$  - стовпчик вільних членів. Розв'язавши цю систему, знайдемо переміщення  $u_1, u_2$ , а отже і мембранні напруження.

Для розв'язку задачі про коливання пластини покладемо

$$\bar{w}(x, y, t) = w(x, y) \cdot (a \cos \Lambda t + b \sin \Lambda t), \quad (5)$$

тут  $\Lambda$  - частота власних коливань. Після підстановки (5) у (2) одержуємо

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \lambda \left( N_1^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2S^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_2^0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = -\rho h \Lambda^2 w.$$

Частота коливань пластини може бути знайдена за допомогою енергетичного підходу, згідно з яким справедлива рівність

$$\delta(\Delta \mathcal{E} - \Delta T) = 0, \quad (6)$$

де  $\Delta T = \frac{\rho h \Lambda^2}{2} \int_{\Omega} w^2 d\Omega$  - зміна кінетичної енергії,

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[ D_1 w_{,xx}^2 + 2D_3 w_{,xy} w_{,xy} + D_2 w_{,yy}^2 + 4D_k w_{,xy}^2 \right] d\Omega +$$

$+\frac{1}{2} \lambda \int_{\Omega} \left( N_1^0 w_{,x}^2 + 2S^0 w_{,x} w_{,y} + N_2^0 w_{,y}^2 \right) d\Omega$  - зміна повної потенційної енергії системи.

Відповідно до RFM (метод R-функцій) побудуємо структуру розв'язку для функції прогину. Якщо контур шарнірно опертий, тобто  $w(x, y)$  задовольняє крайовим умовам [3],

$$w(x, y)|_{\partial\Omega} = 0, \quad (7)$$

$$M_n|_{\partial\Omega} = 0, \quad (8)$$

то, враховуючи, що умова (8) є природною, за структуру розв'язку обираємо таку формулу  $w = \omega \Phi$ . Невизначена компонента  $\Phi$  розкладається в ряд за деякою повною системою функцій  $\{\varphi_i\}$ , тоді для прогину одержимо формулу

$$w(x, y) = \sum_{i=1}^N A_i w_i. \quad (9)$$

Повна структура розв'язку, що задовольняє всім крайовим умовам, наведена в [2]. Підставляючи (9) у вирази для  $\Delta \mathcal{E}$  та  $\Delta T$  на підставі умови стаціонарності (6) одержуємо алгебраїчну систему  $N$  однорідних лінійних рівнянь з невідомими  $A_i: \frac{\partial(\Delta \mathcal{E} - \Delta T)}{\partial A_i} = 0, \quad i=1, 2, \dots, N$ . Або в матричному вигляді:

$$\hat{A}w + \rho h \Lambda^2 \hat{B}w = 0,$$

де  $\hat{A} = \{\hat{a}_{ij}\}$ ,  $\hat{B} = \{\hat{b}_{ij}\}$  - симетричні матриці.

Таким чином, знаходження розв'язку рівняння (2) зведено до задачі на власні значення при відповідних граничних умовах.

Застосовуючи динамічний метод, одночасно з частотами можливо знайти також критичні навантаження. Покладають, що пластині в стані рівноваги, надається довільне початкове відхилення і початкова

швидкість у поперечному напрямку. Найменше, не рівне нулю, значення  $\lambda$ , відповідне до переходу від незатухаючих коливань до руху, для якого характерно необмежене зростання відхилення від плоскої форми, і буде критичним.

## ЧИСЕЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Приклад 1. Розглянемо шарнірно оперту ортотропну прямокутну пластину, яка стискається зусиллями, спрямованими паралельно осі ОХ (рис.1).

Нехай пластина виготовлена з фанери 2-го типу [4]. Якщо вісь ОХ направити уздовж волокон сорочки, то значення пружних постійних будуть такими:

А)  $E_1 = 1,2 \cdot 10^5$ ,  $E_2 = 0,6 \cdot 10^5$ ,  $G = 0,07 \cdot 10^5$ ,  $\nu_1 = 0,071$ ,  $\nu_2 = 0,036$ .

Якщо направити вісь  $x$  поперек волокон сорочки, маємо

Б)  $E_1 = 0,6 \cdot 10^5$ ,  $E_2 = 1,2 \cdot 10^5$ ,  $G = 0,07 \cdot 10^5$ ,  $\nu_1 = 0,036$ ,  $\nu_2 = 0,071$ .

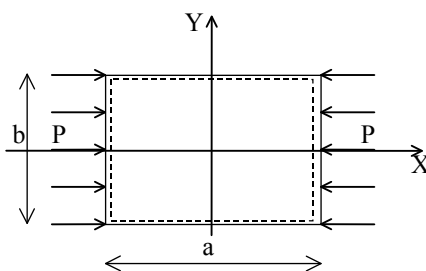


Рис. 1. Пластина навантажена зусиллям Р.

Досліджуємо залежність критичного навантаження  $P$  для пластини, стиснутої уздовж волокон сорочки, від співвідношення сторін прямокутника  $c = \frac{a}{b}$ . Результати проведених розрахунків наведені в табл. 1.

При цьому критичне навантаження визначається за формулою:

$$P_{кр} = k \frac{\pi^2 \sqrt{D_1 D_2}}{b^2}. \quad (10)$$

Таблиця 1 - Значення безрозмірного параметра  $k$  критичного навантаження.

Метод розв'язку	$c$							
	0,5	1,0	1,18	1,66	2,0	2,36	2,88	3
R-ф-цій	6,261	2,552	2,431	2,896	2,552	2,431	2,580	2,551
[3]	6,26	2,55	2,43	2,89	2,55	2,43	2,58	2,55

У табл. 2 для цієї пластини наведена частота коливань

$$\Lambda = \frac{\lambda}{a^2} \sqrt{\frac{D_3}{\rho h}}$$

при зміні розмірів зусиль, діючих у серединній площині.

Таблиця 2 - Значення безрозмірного частотного параметра  $\lambda$  ( $c=1$ ).

$Pa^2 / \pi^2 \sqrt{D_1 D_2}$	0,5	1	1,5	2	2,5	2,552
$\lambda$	30.5	26.5	21.8	15.8	4.87	0

Результати табл. 2 узгоджені з результатами табл. 1 при відношенні сторін прямокутника, рівному 1.

Наведений приклад є тестовим. Проте метод R-функцій дозволяє, не змінюючи алгоритм, розв'язувати зазначений тип задач для пластин довільної форми в плані, при різноманітних умовах закріплення пластини.

Приклад 2. Розглянемо квадратну вільно обперту пластину з круглим отвором (рис.2).

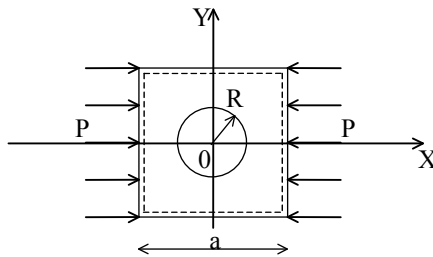


Рис. 2. Пластина з отвором.

Вивчемо для неї залежність між критичним навантаженням і радіусом кола  $R$ . Значення параметра  $k$  (формула (10)) наведені в табл. 3 для фанери 2-го типу залежно від напрямку волокон сорочки.

Таблиця 3. - Значення безрозмірного параметра  $k$  критичного навантаження.

Фанера 2-го типу	$R/a$						
	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
Б)	7,38	7,00	7,66	7,83	12,5	12,9	7,86
А)	11,0	10,4	11,2	10,8	15,5	17,8	8,60

При зростанні радіуса отвору пластина стає більш стійкою до відношення  $R/a=0,3$ , після чого відбувається різке зменшення критичного навантаження.

Приклад 3. Розглянемо шарнірно оперту квадратну пластину з врізами на двох паралельних сторонах, стислу зусиллями, спрямованими вздовж осі  $OX$  (рис.3).

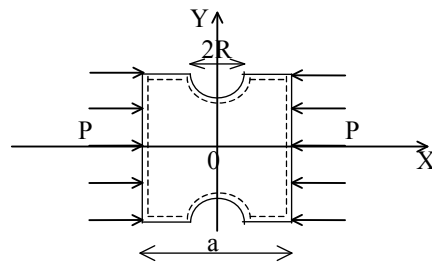


Рис. 3. Пластина з врізами

Знайдемо критичне навантаження залежно від глибини врізів для пластин, зроблених із фанери 2-го типу, стиснутих вздовж та поперек волокон сорочки. Значення коефіцієнта  $k$  із формули (10) наведені на рис.4.

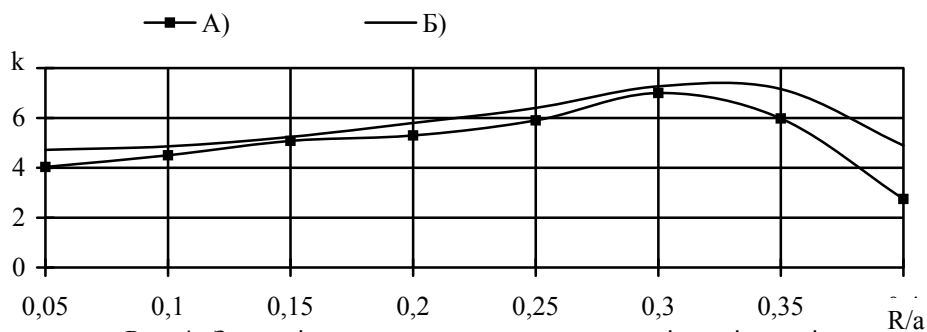


Рис. 4. Залежність критичного навантаження від радіуса вріза для варіантів А) та Б)

З рис.4 виходить, що пластина, стисла поперек волокон сорочки, більш стійка, ніж при стисканні вздовж волокон сорочки.

У цій роботі задачі стійкості розв'язувалися за допомогою динамічного методу та використанням теорії  $R$ -функцій. Використання динамічного методу ускладнює алгоритм, але дозволяє знаходити не тільки критичні навантаження для пластин складної форми, а також і частоти власних коливань попередньо навантажених ортотропних пластин.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Метод R-функций в задачах об изгибе и колебаниях пластин сложной формы / В.Л. Рвачев, Л.В. Курпа, Н.Г. Склепус, Л.А. Учишвили. - К.: Наук. думка, 1973. – 123 с.
2. Рвачев В.Л., Курпа Л.В. R-функции в задачах теории пластин. – К.: Наук. думка, 1987. – 176 с.
3. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. – 355 с.

УДК 681.324:519.87

## СИСТЕМОЛОГИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СХЕМ ГРАММАТИЧЕСКИХ ПРАВИЛ РУССКОГО ЯЗЫКА КАК ОСНОВА ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОИСКОВЫХ АППАРАТОВ

Морозов В.К., д. т. н., проф., Толоч Н.Б., асп.

*Московский технический университет связи и информатики*

Органы государственной власти и управления нуждаются в хорошо организованных архивах нормативной и ненормативной правовой информации. Работа по созданию современных технологий, позволяющих хранить, перерабатывать и осуществлять поиск в электронных архивах ведется в рамках государственной программы создания информационно-телекоммуникационной системы государства.

Уже давно во всем мире крупнейшие компьютерные корпорации разрабатывают всевозможные средства интеллектуализации поиска, но без учета особенностей славянских языков. Дело в том, что эти языки по способу образования форм слова являются флективными языками, то есть в языках, относящихся к этой группе, существуют флексии, выражающие грамматическое значение при словоизменении (склонении, спряжении). Славянские языки (например, русский, украинский и т.д.) также являются синтетическими языками – в слове объединено и лексическое, и грамматическое значения.

Все существующие на сегодняшний день ИПС с учетом морфологии русского языка являются словарными и базируются на «Грамматическом словаре русского языка» [1], составленном А.А. Зализняком. Однако в указанном издании рассматриваются также общие закономерности современного словоизменения, позволяющие, по мнению авторов этой работы, максимально избежать использования словарных способов поиска, формализовав с помощью экспертных посредников большую часть подлежащих индексированию словоформ.

Морфологическую основу свойства слов представляют собой части речи. Части речи – это наиболее крупное понятие в морфологии, в соответствии с этим понятием все слова распределяются по грамматическим классам. Традиционно можно выделить три части речи: самостоятельные, служебные части речи и междометия. По признакам, влияющим на словоизменение, самостоятельные части речи делятся на склоняемые и спрягаемые.

Рассмотрим *склонение* как пример формирования парадигм к словоформам. *Склонением* называется изменение склоняемых частей речи по падежам. В русском языке всего 6 падежей – *именительный* (исходная форма), *родительный*, *дательный*, *винительный*, *творительный* и *предложный* (косвенные). Кроме того, склоняемые части речи изменяются по *числам* (единственное и множественное). Одной из важнейших характеристик склоняемых частей речи является *род* – различаются *мужской*, *средний* и *женский*. Грамматически род выражается с помощью окончаний. Постоянным признаком склоняемых частей речи является *одушевлённость* / *неодушевлённость*. Грамматически одушевлённость / неодушевлённость выражается при склонении. У одушевлённых совпадают формы *винительного* и *родительного* падежей, а у неодушевлённых – *именительного* и *винительного*. Склонения можно разделить на следующие виды (табл. 1).

Согласно методу А.А. Зализняка, склоняемые части речи подразделяются на 9 основных типов. Из них тип 0 указывает на уникальность, тип 8 представляет собой традиционное 3-е склонение (к нему относятся существительные женского рода с нулевым окончанием (законность, дробь)). Типы 1 и 2 являются стандартными (табл. 2). Окончания склоняемых частей речи типов 3-7 могут быть получены из стандартных типов (1 и 2) путем преобразования флексий.